

3.15 パラメータ推定

高橋幸雄

3.15.1 VLBI におけるパラメータ推定

観測された観測値（2局の到達遅延時間及びその時間変化）には、前節のアプリモデルで述べた物理現象が含まれている。そこから、物理現象の物理量などを推定することを、パラメータ推定という。いわゆる、遅延時間という求めたい物理現象と直接結びつかない観測量から、求めたい物理現象に翻訳して、その影響を取り出す（推定する）ことである。こうしたプロセスは、ほとんどすべての観測においても類似している。今回説明する手法は、観測値から物理的な意味を持つものに変換すると言ってもいい過程である。すなわち、1つの観測値だけでは、何も物理量はわからないが、それらをたくさん集めて（母集団を形成）、その中から必要な要因の因子を取り出す統計学における一般の多変数解析である。

VLBI でも、この推定が一番肝心なところであるが、一方では解析の仕方や解析者の判断に依然する部分でもある。

物理現象を表す場合、前節のアプリモデルで述べたように物理現象をモデル化し、パラメータ化する。このパラメータを推定する形になる。

こうした統計学で多変数解析を行う方法には、古くから研究がなされ、多くの方法が提示されている。パラメータ推定では、物理モデルが非線形式の場合が多く、パラメータで展開すると、多次項が含まれるが、その場合、推定は複雑になり、推定の初期値ややり方によって大幅に変わる等の不安定性をもつ。一方、多次項は無視できるほど小さいとして一次項だけを推定する線形の推定ができれば、シンプルでかつ安定で信頼性があるため、最も一般的に使われる。正確な予測値があれば、多次項が小さいとして無視でき、1次項だけが主となるため、線形性が成り立つので、VLBI では、できるだけ正確な予測値を求め、線形推定を使って推定している。

VLBI の推定における大きなメリットは、一番不確定要因が大きい観測局の位置に関して、幾何学性（直角三角形）が成り立ち、観測局の位置に関しては、位置が少しずれていても線形推定を用いることができる完全線形性となる事である。式で記載すると、観測量の遅延時間差 τ は、

$$\tau = (S_x \cdot B_x + S_y \cdot B_y + S_z \cdot B_z) / c + \text{補正}$$

となる。 S_x, S_y, S_z は地球固定系で見た天体の方向ベクトルで、 B_x, B_y, B_z は基線の XYZ 成分です。この式で B_x, B_y, B_z に関しては完全に線形性が成り立つ。

一方、GPS 観測では、GPS の場合は、地上では球面波面となるため、位置に対して幾何学性が成り立たず、遅延時間差は、GPS と地上局の距離の差で、距離を求めるため、各位置 X, Y, Z が 2 乗の平行根の中に入り非線形となるため、位置推定では、非線形推定を使わざるを得ない。この点が、GPS と根本的に違って推定の安定度、信頼度が高く、比較的少ない観測値でも推定ができる理由でもあり、VLBI が本質的に有利な点であった。

線形推定に関しても、多くの方法があるが、VLBI では、最も一般に使われている線形最小2乗法を用いることをベースにしている。これは1実験や複数実験のすべての観測値を集めてきて、それを母集団として、(観測値—予測値)の差が最も小さく、かつ残の傾向性が無いランダムとなるようにパラメータを推定するものである。式で記載すると以下のよう表すことができる。この式は、実は、推定したパラメータを用いると、観測値の残差の偏差が最少となる場合である。

$$\begin{pmatrix} \tau_{o1} - \tau_{c1} \\ \tau_{o2} - \tau_{c2} \\ \vdots \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \partial \tau 1 / \partial p1 & \partial \tau 1 / \partial p2 & \cdots \\ \partial \tau 2 / \partial p1 & \partial \tau 2 / \partial p2 & \cdots \\ \vdots & \vdots & \ddots \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p1 \\ p2 \\ \vdots \end{pmatrix}$$

その他の代表的な線形推定法として、線形カルマンフィルター法があり、それを用いた推定も行われてきた。この線形カルマンフィルター法は、観測値を一度に集めて解析する最小2乗法と違って、観測値が出てきたら逐次、その誤差要因がどの物理パラメータから来るかの割合を推測して、ずれを各パラメータに振り分ける逐次解析法である。母集団が無限であれば、線形2乗法と一致する。また、時間的なパラメータの変動をとらえる場合や、リアルタイムで解析を行い制御に利用していくような場合において優れている。一方、初めのデータ数が少ない段階での解析が不安定で解析の信頼が落ちたり、あるいは初期値の設定によって結果が異なることもあり、安定性には多少問題がある。この解析は、MIT や JPL などが VLBI の解析で使っていた。

我々も、両方の解析方法を使って解析した。

3.15.2 パラメータ推定の実施方法

パラメータの推定は、他の解析と同じく、(観測値—(予測値+パラメータ修正による補足値))を画面で見ながらやっていく。これを解析における遅延残差呼ぶ。以下に最小2乗法による解析について述べる。

① 任意性の決定

VLBI の解析は、1つ目が、任意性の除去と呼ばれるもので、バンド幅合成を行うときに出てくる一定値(任意性と呼ぶ)の整数倍の違いが出てくるものである。観測値を求めるバンド幅合成処理において、粗決定を行い、それをもとに精決定とおこなうことで追い込んでいくが、任意性分の違いが残ってしまうことがある。その場合は、全体の遅延残差を見て、一定の間隔でスプリットしている状況を見ながら、一つのラインに集約する。1つの観測値の観測誤差が0.1ns以下で、パラメータがずれていても、数ns以下であるのに比べ、任意性は数10ns~100nsと、1桁から2桁違うので、目で見てわかる。その場合、注意しないといけないのが、複数基線での観測においては、各3基線間で見ると、 $AB - AC + BC = 0$ と閉じないといけない。それを注意して、任意性を調整・決定する。この操作で、数ns以下の残差にすることができる。

② データ品質の確認

次の操作は、観測値で信頼がない、あるいは品質の悪いデータを解析から外す操作を行う。SN が悪いなど以外に、データ処理において、間違っただ観測値を求めてしまうこともあり、それらは解析に使えないので、解析から落とす操作をする。解析に使用するか、解析から外すかは、解析者が判断し、データの品質情報に記録し、その後は、それをもとに処理していく。

まずは位置推定やいくつかのパラメータを簡単に推定する粗い推定を行い、特に大きな残差を示すものは、解析から落としていく。これを繰り返しながら、データの品質を確認していく。残差の rms (二乗平均平方根) と、各観測の残差とを比べながら判断していく。統計学では、分散 (σ) の 3 倍 3σ の範囲内にある確率は 99.7% で、1 観測 1 基線で 100-300 個観測があるとして、統計学的に 3σ より外れた数は 1 個以下である。さらに 5σ 以上になる確率はゼロに近いので、 5σ 以上は何らかの間違いがあったものとして解析から落とすことになる。 3σ から 5σ の間の残差に関しては、解析の方法による変わってくることもあり、解析者の判断や、解析方法に寄ることもある。しかし、その数も数個程度であり、全体の影響としては、解析結果にはほとんど影響しないので、その範囲での残差を持ったものの使用する・しないは、それほど重要ではない。一般に 3σ 以内は使用し、それよりも大きな残差は外してしまうことが多かった。これで、大体残差を $\pm 1\text{ns}$ 以下のレンジに絞り込めることになる。

③ 時系データの変化の解析

次に問題となるのが、観測局の時系の変化である。時系は、水素メーザと呼ばれる原子時計によるものであるが、この原子時計は、短期間の安定度は非常にいいのであるが、数時間以上の長期の安定度は、悪くなっていく。そのため、数時間で見ると、時系の変化が折れ曲がったりジャンプしたりしてしまう。これは不規則で予測できないため、残差を見ながら、解析者が、このあたりに変化があったのではということ推測して推定を行う。それは観測局毎に起きるので、基線で見ると共通性が見てくることを利用して推測する。大きな変化は簡単であるが、小さな変化については、解析者の判断によることが多かった。推定するパラメータを多くすると、残差は小さくなるが、信頼度が低くなることもある。その判断は非常に難しく、ある意味では解析者のパーソナル判断となっていた。これにより、さらに絞り込んで、大体残差を $\pm 0.5\text{ns}$ 以下のレンジに絞り込めることになる。

④ 大気推定

もう一つ、誤差要因の一つで、不規則で扱いにくいものとして、大気遅延の推定を行う。これは時系ほどわかりやすくなく、仰角が低いものと仰角が高いものの残差から判断していくが、一般にみて極めて判断しにくい。そのため、1 実験 1 つとか、一定間隔で推定するなどが用いられてきた。実は、大気遅延と電離層遅延は両方とも、仰角と呼ばれる水平と天頂の間のアンテナの向きの角度に依存して変化するので、電離層補正値が無い場合には、大気と同時に電離層遅延も推定は大まかに可能である。

⑤ 位置の解析

位置がずれているとどうなるか。1つの電波源を見ていくと、日周変化の一部分（一般に観測天体は日周運動をしており地平線に沈むため、すべての時間で観測されない）が見られる。非常にきれいな三角関数で、しかも観測天体の赤緯によってその振幅が変わってくるので、わかりやすい。一般に、解析において、①の任意性除去後は、常に位置推定は行ってから残差を見ていく。

⑥ その他のパラメータ

ここまでが基本の解析であるが、これ以外に、アプリモデルで出てきた物理モデルのパラメータを、目的や残差によって行っていく。地球回転パラメータの推定では、観測局の中で、3×観測局成分のうち7成分以上を固定して推定しないようにしないといけない。また、章動に関する推定を行うこともあるが、観測局が多くなると推定できない。その推定値には、歳差も含まれる。また、電波源の位置などで、特に電波源の中で残差が大きくなる傾向などがあると、電波源位置の推定も行う。また電波源位置とその変化を目的とした推定も行っており、その場合は、既知とした電波源は推定せずに、それ以外は推定するなどを行う。その電波源位置の変化が、重力場によって変化するなどの相対論効果の実証を行う実験にも使われた。

⑦ 補正

解析を行うときには、パラメータ推定の他に、観測値による補正を行う。その1つが、電離層補正である。電離層は、大気の外側に位置する電子の帯電離層を電波が通過するとき電波の到達時間に遅れが出る現象であるが、観測局毎に違ってくる。この電離層による遅延は、周波数によって異なる。そこで、2つの周波数（S帯（2GHz）とX帯（8GHz））を使って、その差から大気遅延量を求めて補正する。Xバンドで1ns以下であるが、変動としては大きいので、2周波数での観測値を用いてその差から補正することが一般的である。2周波数を使って電離層を補正するのは、測位GPSでも同様である。最近ではGPSの電離層観測値を補正值として用いることもある。周波数が高くなると、その2乗分の1で小さくなっていく。そこで、22GHz帯で観測すると、電離層補正は小さくなり、補正しないで大気遅延として推定に含めることで、推定ができる。S帯/X帯での観測では、S帯の観測は電離層補正のためだけに使われていて、そのためX帯での観測精度より、電離層補正すると、各観測の精度誤差は悪くなる。すべての信号を1周波数に注力して観測できるので精度も高めることができる。これを22GHz測地VLBIのアイデアで、日本が提案したもので、その実験を日伊実験として成功させた。しかし、電波源の強度や、受信機や装置、さらに精度の観点で、大幅に精度を改善するほどにはならなかったことなどから、大きく普及はしなかった。その実験結果は、別な章で記載されている。

⑧ 再重みづけ (re-weighting)

最後に少しテクニカルな操作について述べますが、詳細な手続きなので、理解ができない場合はスキップしてください。テクニカルではありますが、VLBIの誤差の本質を意味するものでもあります。通常各観測値の誤差で、データの信頼度の重みづけを行います。観

測誤差が大きいものは、その2乗の逆比例でデータの重みづけをするのが一般的ですが、VLBIでは、それだけでは、 χ 検定と呼ばれる誤差とばらつきが統計学において妥当かどうかを見る方法があり ($\chi = 1$ 近辺が正しいばらつき)、VLBI解析において、 χ が1ではなく、ほとんどが2とか3になる。これは、解析後のばらつきが、観測値のSN比から評価した誤差よりも大きいという事を示す。また、SNが小さい場合でも、大きい場合でも、あまり残差の大きさが変わらないという事もある。これは、全体で見ると一様なばらつきになったとしても、SN比以外のばらつきを発生する原因がどこかにあることを示す。その一つの原因が、推定の不完全さであるし、SN以外のばらつきを発生する何かの原因があるように思え有る。後で述べる系統的な誤差がそれに値するオーダーとなっている。

いずれにしてもその評価ができないし、解析後の残差がSNにあまり依存しない一様なばらつきであるように見えることから、SNによる誤差以外に基線ごとに、すべての観測値に一定の誤差を付け加えて、各観測の誤差 $\sqrt{(\sigma(\text{SNR})^2 + \sigma_c^2)}$ として χ が1になるように σ_c を計算し、各観測誤差を $\sqrt{(\sigma(\text{SNR})^2 + \sigma_c^2)}$ とする操作を再重みづけと呼び、再重みづけによる推定と推定パラメータの誤差を求める。多くのケースで $\sigma_c >$ 各観測誤差 $\sigma(\text{SNR})$ で、ほぼ同じ重みづけに近くなる。

なぜ、このようなことが起きるかは明確ではないが、ランダムなSNR以外の系統的な誤差などがあるものと考えている。

今回、最小2乗法という、観測データを集めてきてまとめて解析する推定方法について述べたが、カルマンフィルターを使った場合、パラメータの時間変化を再現でき、①の任意性除去、②のバッドデータ除去後の、時系や大気の1実験内の変化を再現するのに有用で、解析者の判断に寄らずに推定できるというメリットがある。安定した推定を行うか、パラメータの随時的な変化を含めた解析を行うか、これは解析の判断で、どちらもメリット、デメリットがある。

3.15.3 推定パラメータについて

(1) 位置の推定

通常、すべての実験で位置推定を行う。ただし、VLBIは相対位置関係だけが求められるので、どこか1局は基地としないといけない。基準点があればそれを、あるいは、その実験の中で、多くの実験から位置が精度良く求められているとか、位置変動が安定しているあるいは少ない局を基準局として推定しないようにする。残りの局は、位置推定を行う。また、以下に述べる地球回転パラメータを推定する場合は、2局と1方向を固定しないと同時に推定できない。そのため、地球回転パラメータを同時に推定する場合は、3局を基準にして固定することが多い。

なお、位置の推定においては、位置のXYZ成分を推定することが標準である。これはXYZ成分表示では、推定の線形性が成り立つため、誤差解析がしやすいことや位置概念が得

やすいなどがある。しかし、位置として見た場合、XYZよりは、水平成分（東西成分、南北成分）と垂直成分に分けて3成分を推定する方法があり、そのほうが誤差の要因として分離して解析しやすい。たとえば、大気遅延誤差と垂直成分と時系の3者のパラメータは、相関が高く、相互に影響し合う。そのため精度も、水平成分が一般に誤差が大きく測定の信頼性も低くなる。一方水平成分は、高精度に測定できる。特に観測網の形からみて、東西、南北の成分の誤差を発生する要因も違ってくるため、その特徴もあり、それぞれを推定するのがいい。もし、XYZ成分だと、こうした誤差要因がすべての成分に影響するため、解析などでは、水平成分と垂直成分を推定することが、多くなってきた。

（2）地球回転パラメータの推定

地球回転パラメータは、座標回転を示すもので、観測網の回転と関与するため、どこか1つの軸とその周りの回転を固定しないと推定できない。したがって、3局以上を固定し、観測局は他の観測で求められた位置を使うなどする。特に時間変化が少なく、精度がいいものを固定し、地球回転パラメータを推定する。なお、地球回転に関しては、どこか1時点を固定し、そこからの変化を求めるような場合（1日の中での地球回転パラメータの変化を求めるようなケース）や、複数の観測を合わせて解析する方法がよく使われた。この場合は、固定した1時期の地球回転パラメータは、他の観測から用いて、その時点での地球回転パラメータを基準とすることで、観測局の位置と地球回転パラメータの両方を推定数することができる。こうした解析の工夫をすることで、目的とする観測値をうまく推定することが、観測者の手腕でもある。

（3）歳差・章動の推定

歳差・章動は、観測する天体の位置に関係するもので、推定することはできるが、1日の中の短い期間での場合は、推定誤差が大きくなることもあり、複数実験での推定で求めることが望ましい。また、歳差と章動は通常1実験や短い間の複数実験では分離できない。そのため、章動を推定するが、その中に歳差が含まれてしまう。章動の周期性を用いて、歳差と分離することができるが、どの周期成分を推定するかで、解析にするためのある一定の実験期間が必要となる。一般に歳差は推定せず、章動の2成分を推定することが多い。

（4）天体位置の推定

天体の位置推定は、さらに長期間の観測が必要となる。また、歳差・章動と天体の位置が関係しており、同時にすべてを推定することはできない。まず、基準になる天体を固定し、それ以外の天体や位置があまり精度よく定まっていない天体の位置を推定する。基準の天体であるが、最初はVLBIの天体の基準としていた3C273Bをもとにしていた。しかし、詳細な天体位置観測をすると、天体の構造という電波源の広がりや、その分布の変化によって、位置が変化することがわかってきた。特に比較的近い天体や電波源の形が大きなものはそうした影響があり、位置が動かないとか、点のような天体ではなきため、基準には不適で、位置を推定したほうがいいということがわかってきた。しかも、その形が大きいと、見え方によっても観測される位置が1日の中でも変化することがわかってきた

め、場合によってはそうした補正を行うこともある。しかし、一般には、1 実験での平均一をとして1 実験全体で推定することが多い。問題なのは、そうした構造・分布が時間とともに変化することである。そこで、構造・分布が小さいあるいは変化しない測地用の適した天体を基準にし、構造や・分布を持った天体は観測しないか、観測した場合も位置推定を行うことが一般的になってきた。

こうした基準になる位置変化が少ない天体位置を求めたり、逆に構造を持った天体の位置変化を求める観測をして、電波位置座標系を作っていく。数年観測すると、歳差・章動と、電波天文固有の位置変化と、構造・分布の変化による位置変化が、合わさった位置変化が見られ、そこから、各特徴から、それぞれの成分を推定していく。

(5) 時系の推定

時系（時刻）は、すべての局が独立に運用された時系（原子時計）をもとにしているため、各観測局で個々の変化をする。この変化が、基線における遅延時間などでは、両方の観測局の時系が合わさった形で現れる。観測値の遅延時間とその変化率においても、微分の関係で現れる、さらに、電波源によらず、同じ変化をするという特徴がある。

ある観測局に関係した基線すべて共通の変化が見られた、例えばある時刻にすべて似たような時系の変化があれば、その局の時系が変化したとして、推定するのである。解析者は、目で見ながら、その共通した時刻変化を見つけて解析することが、重要な能力であった。パラメータはあまり増やさないほうがいいので、ばらつきを小さくすることと、こうした時刻や後で述べる大気の変化の推定をいれることとの兼ね合いで、パラメータを入れていく。VLBI の初期は、こうした解析が行われてきたが、観測数が増え、個々の観測精度も上がってくることや、原子時計の性能が向上し安定になってきたなどで、短時間で推定できるため、ある一定間隔、例えば 2 時間毎に変化のパラメータを入れて推定する自動化がすすめられた。これによって解析者による解析結果の違いや、その負担が大幅に軽減され、多くの実験が一様の結果を提供することができるようになった。時刻は、ほとんどこうした機械的に一定間隔で推定することが通常使われる。

(6) 大気の推定

大気も時系と同じく、観測局に依存しているパラメータである。大気の推定パラメータは天頂方向の遅延誤差（計算値からのずれ）を求めるもので、観測局で共通した傾向があるが、時系のようにすべての電波源で共通では見えず、仰角（アンテナの垂直方向の角度）依存性を持っているためわかりにくい。仰角によってばらつきの傾向を時間とともに追ってみていくのであるが、難しいため、当初から 4 時間とか 6 時間で推定することが多かった。大気は日周変化をするため、4 時間とか 6 時間はその意味でも変化をフォローすることができるので、そうした方法での推定を行っていた。その後、観測数が増え、個々の観測精度も上がってくることによって、時系と同じく、2 時間程度で変化を推定する方法が持たれるようになり、誤差が飛躍的に小さくなった。すなわち、妥当な推定ができるようになった。その後、大気の中で水蒸気成分が大きな誤差養親となっていることで、モデル

の改良や、水蒸気の地域性を考慮した方位依存性などを推定に入れることで、精度はますますよくなってきている。これも、ほぼ機械的にパラメータが推定できるようになってきた。

3.15.4 解析の変革（複数実験のマージ）

VLBI では、最初は1実験単位で解析をしていた。しかし、実験が集まってくると、マルチ実験をまとめて解析するようになってきた。これが大きな解析の変革となった。ただし、基本は各実験で解析を一通り行った後に、全体でまとめて解析していく。これにより、データ数が多くなり、安定した解析ができるというメリット以外に、推定パラメータの推定方法も多様になった。

例えば、従来の推定では、位置変化や地球回転パラメータの推定を各実験毎でやり、その推定値を持ち寄って全体の変化をみていた。プレート運動も、各位置を観測時期でプロットしてその傾斜から速度を求めていた。マルチ実験の解析ができると、プレート運動を、初期位置とその変化率（位置速度）で推定したり、地球回転パラメータの変化を推定できるようになった。また、天体位置や歳差・章動も安定して推定できるようになった。これにより、推定の信頼度は、飛躍的に改善したと言える。

一方、こうしたマルチ実験をまとめて解析するには、母集団が大きすぎかつ推定パラメータ数も膨大になる。計算行列式も、推定パラメータ数の2乗に比例するため、計算が追いつかないだけでなく、計算の桁数のオーバーフローで正確な解析ができなくなるという事が起きる。そこで、実際はマルチ実験で共通なパラメータに関してのみ全体で解析するが、時系や大気など、個々の実験特有なパラメータは他と独立であるので、分離して推定する手法が用いられた。

カルマンフィルタは、単に順に実験を追加しながら処理していくことで対処できるので、マルチ実験の解析では、解析方法の工夫はあまり要らない。

2つ目の変革は、時系と大気の推定時間間隔を、自動的にセットして推定する手法が用いられたことである。大気は、朝昼夕夜の変化があることはわかっており、また時系は2時間くらいは安定であるが、それ以降は変化するので、2時間毎に自動的に推定する。ただし、大気や通常の時系などで連続性があるものは、折れ曲がりとして変化率の変化だけ推定する方法がとられた。これができるようになったのは、推定時間間隔内の観測データが十分あることで、VLBIの装置の高精度化やアンテナの駆動時間の短縮などから実現できたため、当初の実験では、2時間当たり10個以下の状況ではできなかった。この方法で、解析者のパーソナル判断が不要で、ほぼ機械的に解析処理ができるようになり、労力の軽減だけでなく、多くの実験処理を素早く行うことができるようになった。

3.15.5 K3VLBI システムの推定ソフトウェア

日本で開発した K3VLBI システムの解析ソフトウェアは、KLEAR と呼ばれるもので、

物理現象として明確にする Clear からつけられたものである。その解析ソフトウェアの大半は、米国の Mark-III の Solve と呼ばれるソフトウェアを解析して、その方法を踏襲したものであるが、一番大きな違いは K3-DB (KASTL) を用いたため、そのインターフェースを新たに作ったことである。また、このシステムは、当時では斬新であった、マンマシーンインターフェースが優れており、各観測のポイントにカーソルを持って行き、そこでキーをいれることで、バッドデータかそうでないかの選択をしたり、任意性を調整したりすることができた。今のタッチ式パネルのイメージに近く、まだワープロも十分普及していなかった今から 30 数年前のシステムとしては、素晴らしいものであった。

3.15.6 誤差理論に関する考察及び新しい推定方法の一考

VLBI で用いられている解析は、ランダムな分布をしているという母集団全体でのランダムセンスを前提とした解析であった。統計学は、基本的にはその原則から成り立っている。それは、正しいのだろうか。VLBI で多くの解析を実施した中で得た経験としては、全体を集めてくればランダムであるが、その個別を見るとばらつきが決してランダムではなく、よく見ると隣と近い系統的な誤算が見られるのではないかと思われる。もちろん、その傾向が顕著で、何らかのパラメータとの相関があれば推定をすることもできるが、ばらつきはありながらばらつきの大きさが違ったり、一定の傾向性はあるが 10 個程度集めればばらつくなど、完全にランダムとは言えない状況で、ランダムネスが系統的に変化しているという解釈もできる。近接したデータでは相関がある温度や環境など何らかの共通した原因による誤差が発生して系統的な要因によって生じた雑音としてみることもできる。

推定した後の残差を、完全にランダムな雑音と、系統的な雑音に分けて考えてみた。簡単に説明すると通常ランダムとしている母集団に対して時間的に隣接した残差の差を取って、その差が個別の標準偏差とどう違うかということ調べた。大体 7 個分くらいは、それによる残差が減り、それ以降の相関はなかく減らなかったという事がわかった。すなわち、隣接したものにおけるバラつきと、全体的に発生するばらつきに分けることができ、全体的なばらつきは、SNR からのばらつきに近く、隣接した系統的なばらつきが加わったような結果が見られた。誤差を考える時には、完全なランダムネスの誤差と、近接したものがなんらかの関係を持ちながら発生する系統的な誤差に分けて考えるべきであろう。これは、VLBI に限らずに、すべての物理の解析において考慮すべきで、この 2 つのファクターを、同じと方法ではなく、別な方法で評価すべきではないかと考える。